

Mathematics Mini Booklet Solution ਅਧਿਆਇ -8 ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

1. ਦਿੱਤਾ ਹੈ $\tan A = \frac{4}{3}$, ਬਾਕੀ ਸਾਰੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਆਉ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ $\triangle ABC$ ਬਣਾਈਏ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ $BC = 4k$ ਤਾਂ $AB = 3k$

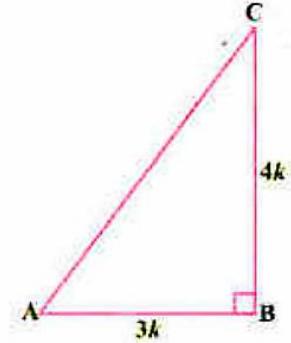
ਹੁਣ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ (ਪ੍ਰਮੇਯ) ਲਾਗੂ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$\text{ਇਸ ਲਈ } AC^2 = AB^2 + BC^2 = (4k)^2 + (3k)^2 = 25k^2$$

$$AC = 5k$$

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{5}{4}, \quad \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{3}{4}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}, \quad \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{5}{3}$$



2. ਮੰਨ ਲਓ $\triangle ACB$, ਕੋਣ C ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = 29$ ਇਕਾਈਆਂ, $BC = 21$ ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ $\angle ABC = \theta$,

$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ਅਤੇ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$\triangle ACB$ ਤੋਂ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ (ਪ੍ਰਮੇਯ) ਲਾਗੂ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

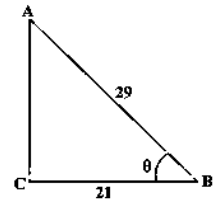
$$AC^2 = AB^2 - BC^2 \\ = (29)^2 - (21)^2 = 841 - 441 = 400 = 20^2$$

$AC = 20$ ਇਕਾਈਆਂ

$$\sin \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{29}, \quad \cos \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{21}{29}$$

$$(i) \quad \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \left(\frac{21}{29}\right)^2 - \left(\frac{20}{29}\right)^2 = \frac{441}{841} - \frac{400}{841} = \frac{441 - 400}{841} = \frac{41}{841} = 1$$

$$(ii) \quad \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \left(\frac{21}{29}\right)^2 + \left(\frac{20}{29}\right)^2 = \frac{441}{841} + \frac{400}{841} = \frac{441 + 400}{841} = \frac{841}{841} = 1$$



3. $\triangle ABC$, ਵਿੱਚ ਜੇ B ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ, $AB = 24$ cm, $BC = 7$ cm, $\sin A$, $\cos A$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ $\triangle ABC$ ਖਿੱਚੀਏ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੋਣ B ਸਮਕੋਣ ਹੋਵੇ।

$$AB = 24 \text{ cm}, \quad BC = 7 \text{ cm}$$

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਾਗੂ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

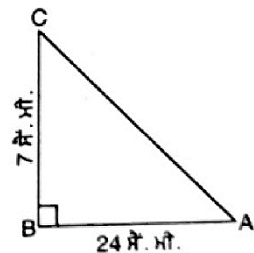
$$AC^2 = (24)^2 + (7)^2$$

$$AC^2 = 576 + 49$$

$$AC^2 = 625$$

$$AC = 25 \text{ cm}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}, \quad \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$



ਪੇਪਰਾਂ ਦੀ ਵਧੀਆ ਤਿਆਰੀ ਲਈ ਅਤੇ 100% ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅੱਜ ਹੀ Mathematics Mini Booklet ਖਰੀਦੋ।

Ph : 94179-33882

Mathematics Mini Booklet Solution ਅਧਿਆਇ -8 ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

4. ਜੇਕਰ $\cot \theta = \frac{7}{8}$ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ: $\frac{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

ਹੱਲ :

ਮੰਨ ਲਉ $\triangle ABC$ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle ACB = \theta$

$$\cot \theta = \frac{7}{8}$$

$$\cot \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{8}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $BC = 7k$ ਅਤੇ $AB = 8k$

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਾਗੂ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = (8k)^2 + (7k)^2 = 64k^2 + 49k^2 = 113k^2$$

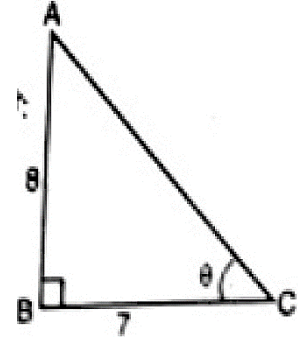
$$AC = \sqrt{113}k$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } \sin \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{8k}{\sqrt{113}k} = \frac{8}{\sqrt{113}}$$

$$\cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{7k}{\sqrt{113}k} = \frac{7}{\sqrt{113}}$$

$$\text{ਹੁਣ } \frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)} = \frac{1-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}$$

$$= \frac{1-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta} = \frac{1-\left(\frac{8}{\sqrt{113}}\right)^2}{1-\left(\frac{7}{\sqrt{113}}\right)^2} = \frac{\frac{113-64}{113}}{\frac{113-49}{113}} = \frac{49}{113} \times \frac{113}{64} = \frac{49}{64} \text{ ਉੱਤਰ}$$



5. ਜੇਕਰ $\sec \theta = \frac{13}{12}$ ਹੈ ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਸਾਰੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਆਉ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ $\triangle ABC$ ਖਿੱਚੀਏ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle B$ ਸਮਕੋਣ ਹੋਵੇ।

ਮੰਨ ਲਉ $\angle ACB = \theta$, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ, $\sec \theta = \frac{13}{12}$

ਪਰੰਤੂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$\sec \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{13}{12}$$

ਇਸ ਲਈ, ਜਦੋਂ $AC = 13k$, ਤਾਂ $BC = 12k$, ਜਿੱਥੇ k ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਾਗੂ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \quad AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = (13k)^2 - (12k)^2 = 169k^2 - 144k^2$$

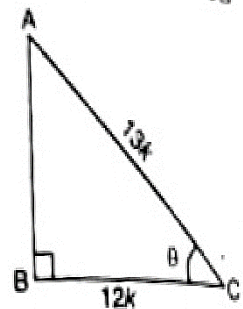
$$AB^2 = 25k^2, \quad AB = 5k$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਾਰੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\sin \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{5k}{13k} = \frac{5}{13}, \quad \text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{5k}{12k} = \frac{5}{12}, \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13}$$



ਪੇਪਰਾਂ ਦੀ ਵਧੀਆ ਤਿਆਰੀ ਲਈ ਅਤੇ 100% ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅੱਜ ਹੀ Mathematics Mini Booklet ਖਰੀਦੋ।

Ph : 94179-33882

Mathematics Mini Booklet Solution ਅਧਿਆਇ -8 ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

6. ΔOPQ ਵਿੱਚ ਜੇ P 'ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ, $OP=7\text{cm}$ ਅਤੇ $OQ-PQ=1\text{cm}$ ਹੈ ਤਾਂ $\sin P$ ਅਤੇ $\cos P$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ΔOPQ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

$$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$$

$$1 + PQ = OQ$$

$$(1 + PQ)^2 = OP^2 + PQ^2$$

$$1 + PQ^2 + 2PQ = OP^2 + PQ^2$$

$$1 + 2PQ = 7^2, 2PQ = 49-1=48, PQ = 24$$

$$OQ = 1 + PQ = 1+24=25$$

$$\sin P = \frac{PQ}{OQ} = \frac{24}{25} \quad \text{ਅਤੇ} \quad \cos P = \frac{PO}{OQ} = \frac{7}{25}$$



7. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$.

ਹੱਲ :

$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = 1$$

8. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$.

ਹੱਲ :

$$2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{8+3-3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

9. ਜੇਕਰ $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$ and $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$ ਜਿੱਥੇ $0^\circ < A+B < 90^\circ$, $A > B$ ਤਾਂ A ਅਤੇ B ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$\sin(A-B) = \frac{1}{2}, \quad \text{ਇਸ ਲਈ } A - B = 30^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$$\cos(A+B) = \frac{1}{2}, \quad \text{ਇਸ ਲਈ } A + B = 60^\circ \dots\dots\dots(ii)$$

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਜੋੜੋ $2A = 90^\circ, \quad A = 45^\circ$

(ii) ਵਿੱਚੋਂ (i) ਨੂੰ ਘਟਾਓ $2B = 30^\circ, \quad B = 15^\circ$

ਪੇਪਰਾਂ ਦੀ ਵਧੀਆ ਤਿਆਰੀ ਲਈ ਅਤੇ 100% ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅੱਜ ਹੀ Mathematics Mini Booklet ਖਰੀਦੋ।

Ph : 94179-33882

Mathematics Mini Booklet Solution ਅਧਿਆਇ -8 ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣ-ਪਛਾਣ

10. ਸਿੱਧ ਕਰੋ: $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$, ਜਿੱਥੇ $0^\circ < A < 90^\circ$

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} &= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} \\ &= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A} \times \frac{1+\sin A}{1+\sin A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}} \quad (\cos^2 A = 1 - \sin^2 A) \quad \text{ਭਾਵ } (\sin^2 A + \cos^2 A = 1) \\ &= \frac{1+\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} \\ &= \sec A + \tan A = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} \end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ, $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$

11. ਸਿੱਧ ਕਰੋ: $\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A} = \tan^2$, ਜਿੱਥੇ $0^\circ < A < 90^\circ$

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} &= \frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A} \\ &= \frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A} \quad \dots\dots\dots(1 + \tan^2 A = \sec^2 A, 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A) \\ &= \frac{\frac{1}{\cos^2 A}}{\frac{1}{\sin^2 A}} = \frac{1}{\cos^2 A} \times \frac{\sin^2 A}{1} \\ &= \tan^2 A \end{aligned}$$